



状的十字花科植物基因,在所有植物基因组中率先被完整破译。

这种拟南芥非寻常种类,而是经过了转基因技术改造的。它被插入了一些“报告基因”,能发出绿茵茵的光,报告自己在火星上是否生病,是否遭遇高温、干旱等恶劣天气。科学家根据转基因拟南芥发回的种种报告,采取有效的护理措施,使得它们在火星上更好地生长。

花这么大的力气到火星上去种草,主要是为了实践科学家们提出的“生态合成”理念。具体来说,是想验证能否通过植物来吸纳火星大气层中的二氧化碳,从而制造出生命演进中所需要的氧气。

在那昼夜温差悬殊、湿度只有 0.03% 的火星上,草能种得活吗?科学家们十分乐观,信心十足地说:“我们对此毫不怀疑,我们将证明,地球上进化出的生物,也有能力在那遥远的世界里生存。”一旦转基因拟南芥在火星上扎下根,寂寞宇宙中的这片草,无疑将成为吸引人类登临火星的一种无声的号召。



哥德巴赫猜想 与潘承洞 (续三)

刘建亚

途径三:小变量的三素数定理

上文曾经提到,如果偶数的哥德巴赫猜想正确,那么奇数的猜想也正确。我们可以把这个问题反过来思考。已知奇数 N 可以表成三个素数之和,假如又能证明这三个素数中有一个非常小,譬如说第一个素数可以总取 3,那么我们就证明了偶数的哥德巴赫猜想。这个思想就促使潘承洞在 1959 年,即他 25 岁时,研究有一个小素变数的三素数定理。这个小素变数不超过 N 的 $\frac{1}{4}$ 次方。我们的目标是要证明 θ 可以取 0,即这个小素变数有界,从而推出偶数的哥德巴赫猜想。潘承洞首先证明 θ 可取 $1/4$ 。后来的很长一段时间内,这方面的工作一直没有进展,直到 1995 年展涛把潘老师的定理推进到 $7/120$ 。这个数已经比较小了,但是仍然大于 0。

途径四:几乎哥德巴赫问题

1953 年,林尼克发表了一篇长达 70 页的论文。在文中,他率先研究了几乎哥德巴





赫问题,证明了,存在一个固定的非负整数 k ,使得任何大偶数都能写成两个素数与 k 个 2 的方幂之和。这个定理,看起来好像丑化了哥德巴赫猜想,实际上它是非常深刻的。我们注意,能写成 k 个 2 的方幂之和的整数构成一个非常稀疏的集合;事实上,对任意取定的 x , x 前面这种整数的个数不会超过 $\log x$ 的 k 次方。因此,林尼克定理指出,虽然我们还不能证明哥德巴赫猜想,但是我们能整数集合中找到一个非常稀疏的子集,每次从这个稀疏子集里面拿一个元素贴到这两个素数的表达式中去,这个表达式就成立。这里的 k 用来衡量几乎哥德巴赫问题向哥德巴赫猜想逼近的程度,数值较小的 k 表示更好的逼近度。显然,如果 k 等于 0,几乎哥德巴赫问题中 2 的方幂就不再出现,从而,林尼克的定理就是哥德巴赫猜想。

林尼克 1953 年的论文并没有具体定出 k 的可容许数值,此后四十多年间,人们还是不知道一个多大的 k 才能使林尼克定理成立。但是按照林尼克的论证,这个 k 应该很大。1999 年,作者与廖明哲及王天泽两位教授合作,首次定出 k 的可容许值 54000。这第一个可容许值后来被不断改进。其中有两个结果必须提到,即李红泽、王天泽独立地得到 $k=2000$ 。目前最好的结果 $k=13$ 是英国数学家希思-布朗(D.R.Heath- Brown)和德国数学家普赫塔(Puchta)合作取得的,这是一个很大的突破。

一个数学家的价值

以上缅怀了潘承洞的部分工作,以及哥德巴赫猜想研究的最新进展。最后,我想引用哈代《一个数学家的自白》中的几句话,来总结作为数学家的潘承洞的生平。哈代说:“人的首要责任就是要有雄心。在拿破仑的雄心中有某些高贵的因素,但是最高贵的雄心,就是要在死后留下具有永久价值的东

西。”我的一生,或者在相同意义上作为数学家的那些人的一生,可以这样总结:我们丰富了知识,也帮助别人更多地丰富了知识,而我们所做的这一切,与那些历史上的大数学家和艺术家的不朽贡献相比,只有程度的不同,没有本质的差异。”

哈代的朋友罗素说过:“我希望在工作中满足地死去,因为我清楚地知道,所有能做的事都已完成,而且会有后人继续我未竟的事业。”

潘承洞永垂不朽,因为他的事业永垂不朽。

【作者简介】

刘建亚是潘承洞的学生,现为“长江学者奖励计划”特聘教授,山东大学数学与系统科学学院副院长。

